I. összetevő

2. feladat – eredetileg az Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából [„zöld könyv”] 3488-as feladata. A számtani sorozat differenciája 6, míg a megoldás 1.

4. feladat
A vásárló fizetéséből 110*0,25=27,5 E forintot költ tojásra. Az inflációt figyelembe véve [csak két évre kell számolni, így a kamatos kamat képlete sem szükséges] az 1. évben a tojás ára precízen az inflációt követve kerekítés nélkül 1,15=34,5, míg a 2. évben 34,5*1,15=39,67 forint lesz.
A vásárlónak ugyanúgy 110 000 – (110 000*0,25)=82500 forintja marad a tojásból, viszont a tojásra költött 27500 forintból már nem 27500/30=916 darab tojást, hanem csak 27 500/39,67=693 tojást tud venni. Viszont ez nem volt kérdés ☺

5. feladat
A zöld könyv 3994-es feladata, a helyes megoldás 8432.

6. feladat
A zöld könyv 1593-as feladata.

7. feladat – ha valakinek nem tűnt volna fel, még a számozás is el van írva, hiszen kettő 7-es feladat van. Hardcore matekfanoknak a témával kapcsolatban az alábbi linket ajánljuk kiindulópontnak a Fermat-Wiles-tétellel kapcsolatban:

http://hu.wikipedia.org/wiki/Nagy_Fermat-t%C3%A9tel

8. feladat – A zöld könyv 4053-as feladata. Azonnal belátható, hogy $4^5=1024$ ötjegyű szám képezhető. Ezen számok összege rendre

$10^4*4^4(1+2+3+4)+10^3*4^4+(1+2+3+4)+10^2*4^4(1+2+3+4)+10*4^4+4^4(1+2+3+4)=2844160$

9. feladat – zöld könyv 1757-es példája, a keresett szög 67,5 fokos.

10. feladat – a zöld könyv 880-as feladata, a megoldás megfelelő átalakítások után 7/30.

11. feladat – a jó ég tudja, hogy honnan pecáztam :-)

II. összetevő

12. feladat – a feladat tökéletesen egyezik a 2005. őszi emelt szintű érettségi II. összetevőjének 5. feladatával.

Ennek megoldását parasztos igénytelenséggel szó szerint idehányom:

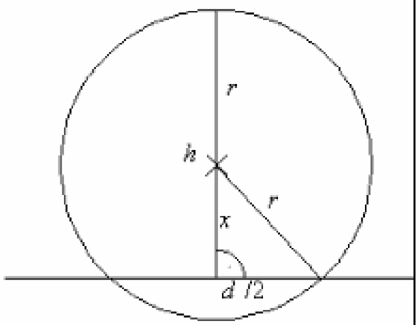
A logaritmus miatt x és y 1-től különböző pozitív számok lehetnek.	1 pont	
Az első egyenlet bal oldalát alakítsuk a logaritmus azonosságainak felhasználásával. $\log_x(x^2y^3)+\log_y(x^3y)=$ $=2+3\log_x y+3\log_y x+1=$ $=3+3(\log_x y+\log_y x)$	3 pont	
Így az első egyenlet: $\log_x y+\log_y x=2$.	1 pont	
A $\log_x y$ és a $\log_y x$ egymás reciprokai, és összegük 2.	2 pont	*Ha a kapott egyenletben közös alapra hoz a vizsgázó, és egy másodfokúra visszavezethető egyenletből kapja, hogy $x=y$, a 4 pont természetesen akkor is jár.*
Ez pontosan akkor teljesül, ha mindkettő 1-gyel egyenlő, amiből kapjuk, hogy x=y.	2 pont	
Beírva ezt a második egyenletbe: $\cos 2x+\cos 0=0$, ahonnan $\cos 2x=-1$.	2 pont	
Ez akkor és csak akkor teljesül, ha $2x=\pi+2k\pi$, azaz $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$, ahol $k\in\mathbf{Z}$.	3 pont	*Ha x megfelelő értékeit fokokban vagy periódus nélkül vagy rossz periódussal adja meg a vizsgázó, akkor legfeljebb 1 pont adható.*
Összevetve az x, y>0, ≠ 1 feltétellel, $x=y=\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathrm{N}$.	2 pont	
Összesen:	**16 pont**	

13. feladat

A példa egy Gerőcs-féle oktató CD-ről származik, ott persze ABCD betűzéssel.

14. feladat – a www.okev.hu lapról letölthető kétszintű érettségi minták csomagban az emelt szintű matematika mintapéldákat tartalmazó fájl második részén, a 65. oldalon található.

A megoldás:

	3 pont	*A síkmetszet ábráján szerepelnie kell az ismert (r; h) és ismeretlen (d; x) szakaszoknak, a derékszögű háromszögnek.*
$h = 4{,}8$ cm $= 48$ mm $D = 2r = 56$ mm	1 pont	*Átváltásért.*
$r = D/2 = 28$	1 pont	*A sugár kiszámításáért.*
$x = h - r = 20$	2 pont	*A befogó kiszámításáért.*
$(d/2)^2 = r^2 - x^2$	2 pont	*Pitagorasz-tétel felírásáért.*
$(d/2)^2 = 28^2 - 20^2$	1 pont	*Behelyettesítésért.*
$d/2 = 19{,}596$	1 pont	
$d = 39{,}19 \approx 39{,}2$		
A lyuk átmérője 39,2 mm.	1 pont	*Mértékegységgel ellátott eredményért.*
Összesen:	**12 pont**	

15. feladat – szintén az OKÉV matematika emelt érettségi mintafeladatok közt van, a második fájl 71. oldalán.

A megoldás:

a)		
$n^{12} - n^8 - n^4 + 1 = n^8(n^4 - 1) - (n^4 - 1) =$	1 pont	*Kiemelés*
$= (n^4 - 1) \cdot (n^8 - 1) =$	1 pont	*Szorzattá alakítás*
$= (n^4 - 1) \cdot (n^4 - 1) \cdot (n^4 + 1) =$	1 pont	*Egyik tényező szorzattá alakítása*
$((n-1) \cdot (n+1) \cdot (n^2 + 1))^2 \cdot (n^4 + 1) =$	1 pont	*Másik tényező szorzattá alakítása*
$= (n-1)^2 \cdot (n+1)^2 \cdot (n^2 + 1)^2 \cdot (n^4 + 1)$	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	
b)		
$512 = 2^9$		
$n^{12} - n^8 - n^4 + 1 =$ $= (n-1)^2 \cdot (n+1)^2 \cdot (n^2 + 1)^2 \cdot (n^4 + 1)$		
Mivel n páratlan, ezért minden tényező páros,	1 pont	
így a szorzat biztosan osztható 2^7-nel.	1 pont	
Az $n - 1$ és az $n + 1$ szomszédos páros számok, tehát az egyik 4-gyel is osztható.	1 pont	
Tehát a szorzat összességében osztható 2^9-nel.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	
c)		
A $7 \cdot 73 = 511$ téglalap felbontható 511 négyzetre.	2 pont	
Az 512 pontot csak úgy lehet elhelyezni 511 négyzetben, hogy legalább egy négyzetben van 2 pont.	2 pont	
Egy négyzetben két pont között a legnagyobb távolság az átló: $a \cdot \sqrt{2} \approx 1{,}414$.	1 pont	
Ha $a = 1$, akkor két pont távolsága biztosan kisebb, mint 1,42.	1 pont	
Ekkor annak a két pontnak a távolsága, amelyik egy négyzetbe esik kisebb mint 1,42, így már 1,5-nél is kisebb.	1 pont	
Összesen:	**7 pont**	

16. feladat – a 2006. májusi emelt szintű érettségi 7. feladatának subbásított változata. A megoldás:

Kezdjük a feladatlapon szereplő táblázat kitöltését, a hiányzó adatok beírásával:
város fizető nézők száma egy jegy ára (Ft) bevétel a jegyeladásból (ezer Ft)
Eger 12350 (1200) 14820
Balmazújváros 8760 (1400) 12264
Cegléd 13920 1600 22272
Répáshuta 9970 1500 14955
Hejőszalonta 11850 1300 15405
A táblázatban szereplő zárójeles számok kiszámítása nem szükséges a feltett kérdések megválaszolásához.

a)
Cegléd 13920, Hejőszalontán 11850 fizető néző volt.
2 pont

Ha csak a táblázatban szerepel, akkor is jár a 2 pont.

A legtöbb fizető néző Cegléden volt. 1 pont

Összesen: 3 pont

b)
Az öt településen összesen 56850 fizető néző volt.
1 pont

Répáshután a jegyeladásból 14955 ezer Ft bevétel
származott.
1 pont

Az öt városban az összes bevétel 79716 ezer Ft volt.
1 pont

Az átlagos jegyár
56850
79716000 , azaz 1402 Ft volt.
1 pont
Összesen: 4 pont

c)
Zsazsa becslése: 50000 fő, ennek 10%-a 5000 fő.
Ha a tényleges nézőszám Bécsben b, ekkor (1) $45000 \le b \le 55000$.
1 pont

Semjén becslése 60000 fő, ha a tényleges nézőszám
Koppenhágában p, ennek 10%-a 0,1p, ekkor (2) $0{,}9p \le 60000 \le 1{,}1p$.
2 pont

Innen (3) $54546 \le p \le 66666$.
1 pont

Ha itt a becslés százalékával írja fel az egyenlőtlenséget, legfeljebb 1 pont adható.
A legnagyobb eltérés akkor van a két nézőszám
között, ha $b = 45000$ és $p = 66666$.
Ekkor az eltérés $p – b = 21666$ fő.
1 pont

A nézőszámok közötti lehetséges legnagyobb eltérés
ezresekre kerekített értéke 22 ezer fő. 1 pont

Összesen: 6 pont

Ha nyílt intervallumokkal
dolgozik, akkor csak 1 pontot veszítsen.

d)
A b-re kapott (1) és a p-re kapott (3) reláció miatt az

azonos b és p értékeket a [45000; 55000] és az [54546; 66666] intervallumok közös egész elemei adják.
1 pont

A részpontszámok akkor is adhatók, ha nem ennyire részletező a gondolatmenet.
Tehát b = p, ha mindkét nézőszám ugyanazon eleme
az [54546; 55000] intervallumnak.
1 pont

Egy számpéldával megmutathatja állítása helyességét.
Mindezekből következik, hogy lehetséges, hogy a két
fővárosban azonos számú néző hallgatta a Subba
együttest.
1 pont

Ha az ezresekre kerekített nézőszámmal felírt
intervallumokat hasonlítja
össze ([45 000; 55 000] és [55 000;
67 000]), akkor 2 pontot kap.
Összesen: 3 pont

17. feladat – a zöld könyv 485. feladatából átlopva. A végeredmény: 0,5419

18. feladat – a már emlegetetett mintafeladatokat tartalmazó fájl 67. oldalán található példa egy aberrált változata. Az eredetiben idegen nyelveket tanuló diákokról van szó.

$|S| = 14$; $|Q| = 15$; $|H| = 11$
|pontosan két kórokozó által megfertőzöttek| = 6 5 pont
A feladat adatainak helyes elképzeléséért (pl. Venndiagramon
feltüntetett számok).
Ha a mindhárom megbetegedést elkapó turisták száma x, akkor:
$|S| + |Q| + |H|$ – |pontosan megbetegedést kapók| – 2x = 30 5 pont
A kérdezett számosság meghatározásához alkalmas összefüggés felírásáért
(nem feltétlenül egyenlettel).
$14 + 15 + 11 – 6 – 2x = 30$ 1 pont Helyes numerikus egyenlet.
$x = 2$ 1 pont Helyes numerikus eredményért.
tehát 2 turista mindhárom betegséget elkapja. 1 pont Helyes szöveges válaszért.
Összesen: 13 pont

19. feladat - a 2006. októberi emelt, II. összetevőjének 9-es feladata. A megoldás:

A megadott feltételeket a következő alakban használjuk: (1) $a_n = a_{n-1} + 12a_{n-2}$, ha $n \geq 3$ (2) $2a_2 = a_1 + (a_3 - 9a_1)$ (3) $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 682$.	2 pont	*A 2 pont a (2) egyenlet helyes felírásáért jár.*
A sorozat harmadik tagja az (1) alapján: $a_3 = a_2 + 12a_1$.	1 pont	
Behelyettesítve a (2) összefüggésbe ezt az a_3 helyére, rendezés után kapjuk, hogy $a_2 = 4a_1$.	2 pont	
Ebből az $a_3 = a_2 + 12a_1 = 4a_1 + 12a_1 = 16a_1$.	1 pont	
A negyedik tagot felírva az (1) alapján: $a_4 = a_3 + 12a_2$. A jobb oldalon behelyettesítve az a_3 és az a_2 az a_1-gyel kifejezett értékét kapjuk, hogy $a_4 = 16a_1 + 12(4a_1) = 64a_1$.	2 pont	
Hasonlóan fejezhetjük ki a_5 értékét a_1 segítségével: $a_5 = a_4 + 12a_3 = 64a_1 + 12(16a_1) = 256a_1$.	2 pont	
A (3) egyenlőség bal oldalán a sorozat tagjait rendre az a_1-gyel kifejezett értékkel helyettesítve kapjuk, hogy $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = a_1 + 4a_1 + 16a_1 + 64a_1 + 256a_1$.	2 pont	
Összevonás után: $341a_1 = 682$. Ebből: $a_1 = 2$.	1 pont	
A hatodik tagot felírva az (1) alapján: $a_6 = a_5 + 12a_4$. Az a_5 és az a_4 értékét a_1-gyel kifejezve kapjuk, hogy: $a_6 = 256a_1 + 12 \cdot 64a_1 = 1024a_1 = 1024 \cdot 2 = 2048$.	2 pont	
A kapott 2; 8; 32; 128; 512; 2048,... számsorozat elemei kielégítik az (a_n) sorozat elemeiről megadott összes feltételt.	1 pont	
A sorozat hatodik tagja: 2048.		
Összesen:	**16 pont**	

Ha a vizsgázó csak megsejti (pl. a második és harmadik tag a_1-gyel történő kifejezése után), hogy ez a sorozat egy q = 4 hányadosú mértani sorozat, de ezt nem igazolja, akkor megoldására legfeljebb 8 pontot kaphat.