ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2009. május 5.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2009. május 5. 8:00

I.

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.

2. A megoldások sorrendje tetszőleges.

3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármelyik négyjegyű függvénytáblázatot használhatja, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!

4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!

5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

6. Minden feladatnál csak egy megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!

7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon**!

1. Egyszerűsítse a következő törtet! (a+b≠–2)

$$\frac{4-a2-2ab-b4}{2+a+b}$$

2. Egy számtani sorozat első öt tagjának az összege 65, a következő öt tag összege pedig 215. Határozza meg a sorozat első tagját és különbségét!

3. Egy derékszögű trapéz szárai *a* és *2a*, a harmadik oldala is *a*. Mekkora a negyedik oldal és a trapéz legnagyobb szöge?

4. A tyúktojás az üzletben 30 forintba kerül. Egy vásárló 110 ezer forintos fizetésének 25%-át minden hónapban tyúktojásra költi. Ha feltételezzük, hogy az infláció évente 15%, amit a tojás ára is ugyanígy követ, viszont a vásárló fizetése ezidő alatt nem változik, a vásárló fizetéséből hány forint marad havonta a tojásvásárlás után 2 év múlva, ha továbbra is minden hónapban a 25%-át szeretné tojásra költeni?

5. Két szám összege 10, szorzata 4. Mennyi e számok negyedik hatványának összege?

6. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyben az

$\frac{x-1+|x-1|}{2}$ kifejezés értelmezhető!

7. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazást, amelyen a

$\cos\frac{3x}{2} - \sin\frac{x}{3}$ kifejezés értelmezhető!

Állapítsa meg ezen halmazon értelmezett

$x \to \cos\frac{3x}{2} - \sin\frac{x}{3}$ függvény periódusát!

7. Bizonyítsa be, hogy

$a^n + b^n \neq c^n$

ha *a*, *b*, *c* és *n* egyaránt 2-nél nagyobb pozitív egész számok!

8. Az 1, 2, 3, 4 számok felhasználásával hány pozitív ötjegyű szám képezhető? Határozzuk meg ezen számok összegét!

9. Egy kör két átmérője 45 fokos szögben metszi egymást. A keletkező legnagyobb ívekhez mekkora kerületi szög tartozik?

10. Oldja meg az egyenletet a valós számok halmazán!

$$\sqrt[3]{\frac{1}{5}-3x}+\frac{1}{\sqrt[3]{2}}=0$$

11. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$\frac{6x-37}{2(x-8)}-\frac{2(5x-39)}{3(x-8)}=\frac{7}{8}$$

I. rész		
	maximális pontszám	elért pontszám
1. feladat		
2. feladat		
3. feladat		
4. feladat		
5. feladat		
6. feladat		
7. feladat		
8. feladat		
9. feladat		
10. feladat		
11. feladat		
ÖSSZESEN		

dátum javító tanár

I. rész	pontszáma	programba beírt pontszám

dátum

javító tanár jegyző

Megjegyzések:
1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2009. május 5.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2009. május 5. 8:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.

2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.

3. A B részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. A **nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe**! Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 18. feladatra nem kap pontot.

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!

5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**

6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**

7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell*.

8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!

9. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

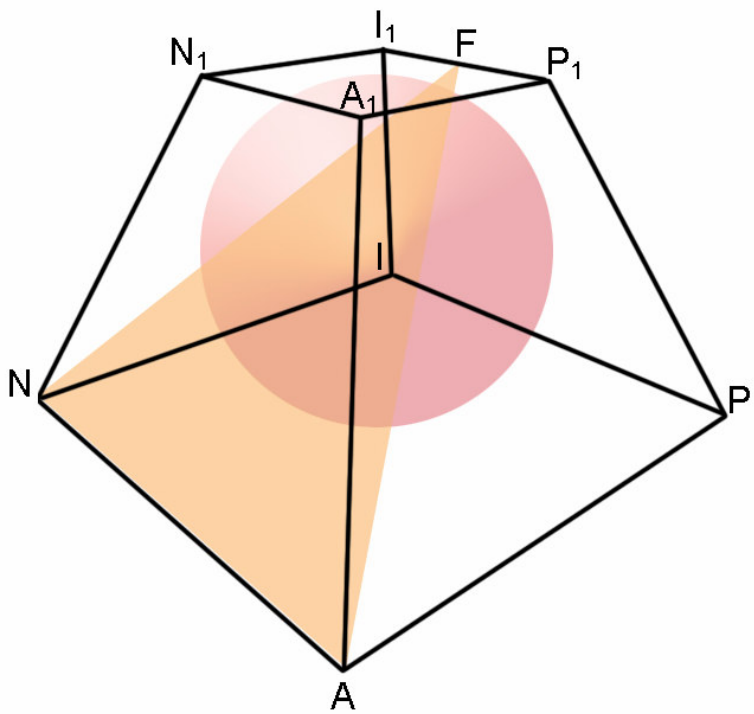
10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!

11. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

12. Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számpárok halmazán!

$$\left.\begin{aligned}\log_x(x^2y^3)+\log_y(x^3y)&=9\\ \cos(x+y)+\cos(x-y)&=0\end{aligned}\right\}$$

13. Az $ANIPA_1N_1I_1P_1$ négyzet alapú egyenes csonkagúla alapja az a oldalú $ANIP$ négyzet, aminek oldalélei AA_1, NN_1, II_1, PP_1. Legyen F az I_1P_1 él felezőpontja! Mekkora a fedőnégyzet oldala, ha a csonkagúlába gömb írható, és tudjuk még, hogy az ANF háromszög szabályos?



14. Egy golyó beszorult egy deszkalapba vágott, kör alakúnak tekinthető lyukba. Szükség lenne a lyuk átmérőjének méretére, de ezt közvetlenül nem tudjuk megmérni. Mérhető azonban a golyó átmérője, amely 56 mm, és az, hogy a golyó 4,8 cm magasan emelkedik ki a deszkalap fölé. Adja meg a lyuk átmérőjét! A számításhoz készítsen ábrát!

15.

a.) Bontsa fel a $n^{12} - n^8 - n^4 + 1$ polinomot a lehető legalacsonyabb fokszámú polinomok szorzatára!

b.) Bizonyítsa be, hogy $512 | n^{12} - n^8 - n^4 + 1$ ha n páratlan természetes szám!

c.) 512 pontot helyezünk el egy olyan téglalapban, amelynek egyik oldala 7, a másik oldala 73 egység. Bizonyítsa be, hogy az így elhelyezett pontok között mindig találhatunk legalább kettőt, amelynek távolsága nem nagyobb, mint 1,5 egység!

A 16-19. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. A Subba formáció koncertkörútja során öt településen lépett fel. Az alábbi táblázat tartalmazza a körút néhány üzleti adatát.

település	megjelent rajongók	Jegyár	bevétel
Eger	12350		14820
Balmazújváros	8760		12264
Cegléd		1600	22272
Répáshuta	9970	1500	
Hejőszalonta		1300	15405

a) A turné során hol adták el a legtöbb jegyet?
b) Mennyi volt az összes eladott jegy átlagos ára?

Zsazsa becslése szerint Bécsben 50 000 ember hallgatta a zenét. Semjén az együttes koppenhágai koncertjén a nézők számát 60 000 főre becsülte. Márton, a Subba menedzsere, aki ismerte a tényleges nézőszámokat, elárulta, hogy:

- Bécsben a tényleges nézőszám nem tér el 10 %-nál többel a Zsazsa által adott becsléstől.
- Semjén becslése nem tér el 10 %-nál többel a tényleges koppenhágai nézőszámtól.

c) Mekkora a bécsi nézőszám és a koppenhágai nézőszám közötti eltérés lehetséges legnagyobb értéke, a kerekítés szabályainak megfelelően ezer főre kerekítve?
d) A fenti adatok ismeretében előfordulhatott-e, hogy Bécsben és Koppenhágában ugyanannyi ember volt a Subba fellépésén?

A 16-19. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Számítsa ki lg táblázat segítségével!

$$x = \sqrt{\frac{\sqrt[3]{582} \cdot \sqrt{0{,}02}}{\sqrt[5]{32{,}4^2}}}$$

A 16-19. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Egy turistacsoport létszáma 30. A csoportban három megbetegedés történik a nyaralás során, sertésinfluenza, Q-láz, és hepatitis, és mindenki legalább egy betegséget szerez. A sertésinfluenza 14 turistát fertőz meg, a Q-láz 15-öt, míg a hepatitis 11-en. Pontosan kettő fertőzést összesen 6 turista szerez. Mennyien fertőződtek meg mind a három kórokozóval.

A 16-19. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon lévő üres négyzetbe!

19. Egy (a_n) számsorozatról a következőket tudjuk:

- a harmadik tagtól kezdve minden tag kiszámítható a következő rekurzív képlet segítségével: $a_n = a_{n-1} + 12a_{n-2}$
- az a_1, a_2 és $a_3 - 9a_1$ ebben a sorrendben egy számtani sorozat 3 egymást követő tagja
- az (a_n) sorozat első öt tagjának az összege 682

Mekkora ennek a számsorozatnak a hatodik tagja?

	feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	összesen
	12.			
	13.			
	14.			
II. rész	15.			
	16.			
	17.			
	18.			
	19.			
		nem választott feladat		
	ÖSSZESEN			

	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész		
II. rész		
MINDÖSSZESEN		

dátum javító tanár

	elért pontszám	programba beírt pontszám
I. rész		
II. rész		

javító tanár jegyző

[Ez még nem hivatalos, végleges verzió!]